UNIVERSITATEA DIN BUCUREȘTI
Facultatea de Fizică

RADU HOMESCU

PRELUCRAREA OPTICĂ A INFORMAȚIEI CU AJUTORUL HOLOGRAFIEI

— Rezumatul tezei de doctorat —

Conducător științific :
Prof. dr. docent GHEORGHE G. BRĂTESCU

— 1982 —

UNIVERSITATEA DIN BUCURESTI
Secretariat

Nr. 9595 din 22.06. 1982

Către, Dr. ing. VALENTIN I. VLAD
- Cercetător științific principal
Centrul Național de Fizică

Vă facem cunoscut că în ziua de 9 IULIE 1982 orele 12⁰⁰ în amfiteatrul 1 al Facultății de FIZICA din București, va avea loc susținerea tezei de doctorat a tov. HOMESCU RADU cu tema:

PRELUCRAREA OPTICA A INFORMATIEI CU AJUTORUL HOLOGRAFIEI.

în vederea obtinerii titlului de doctor în fizică

In conformitate cu Instrucțiunile privind conferirea titlurilor științifice în Republica Socialistă România, aprobate prin Ordinul Ministrului Educației și Invățămîntului nr.18 din 19 ianuarie 1968, vă trimitem rezumatul tezei de doctorat cu rugămintea de a comunica în scris observațiile Dv. pe adresa: Universitatea din București - DOCTORAT - B-dul Gheorghe Gheorghiu-Dej nr.64 și a participa la susținerea tezei.

RECTOR,
Prof. dr. Ioan-Iovit Popescu

SECRETARUL SEF AL UNIVERSITATII,
Elena Ivan

La elaborarea acestei lucrări am beneficiat de competenta şi permanenta îndrumare a conducătorului meu ştiinţific, Profesor dr.docent Gheorghe G.Brătescu. Pentru modul în care a contribuit la formarea mea profesională, încă din anii studenţiei, pentru fructuoasele şi substanţialele discuţii ştiinţifice purtate, cît şi pentru sprijinul atent şi generozitatea cu care m-a încurajat pe întreaga durată a cercetărilor întreprinse, îmi exprim profunda recunoştinţă.

Colaborarea generoasă, sprijinul competent şi consistent oferite la realizarea părţii experimentale a lucrării, îmi prilejuiesc ocazia adresării deosebitei recunoştinţe colegului meu Lector dr.Petru I.Suciu de la Catedra de fizică a Institutului Politehnic Bucureşti.

Prezint, totodată, întreaga mea gratitudine Lectorului dr.Alexandru I.Şchiop de la Catedra de matematici a Institutului Politehnic Bucureşti, pentru competenţa cu care m-a iniţiat în teoria funcţiilor spline şi pentru generozitatea cu care m-a sprijinit la soluţionarea problemelor de optimizare şi aproximare.

Recunoştinţa mea se îndreaptă, de asemenea, către dr.ing.V.I.Vlad de la Centrul Naţional de Fizică şi dr.Tiberiu Tudor de la Facultatea de fizică Bucureşti, pentru utilele discuţii de specialitate purtate.

In mod deosebit le mulţumesc colegilor dr.Lucian D.Duţă şi dr.Mihai G.Stancu pentru sprijinul oferit la realizarea şi implementarea programelor de calcul. In acelaşi context, exprim, de asemenea, vii mulţumiri colegilor dr.ing.D.Somnea şi asistent I.Rozin.

Adresez, pe această cale, sincere şi distinse mulţumiri conducerii Catedrei de cibernetică economică şi colegilor de la Laboratoarele Catedrei de cibernetică economică pentru condiţiile create şi climatul ştiinţific în care mi-am desfăşurat activitatea de cercetare.

INTRODUCERE

Optica modernă şi în special optica coerentă, care s-a dezvoltat o dată cu descoperirea laserului şi a holografiei, a oferit metode şi mijloace specifice de tratare a informaţiei. In acest fel, în optica modernă s-a conturat, ca domeniu distinct, prelucrarea optică a informaţiei /14/, în cadrul căreia prelucrarea cu ajutorul holografiei ocupă un loc aparte. Ca urmare a aportului conjugat al teoriei difracţiei, analizei spectrale, al opticii neliniare, al teoriei semnalelor şi sistemelor optice, al holografiei, pe de o parte, şi al teoriei informaţiei, teoriei comunicaţiilor şi al informaticii, pe de altă parte, prelucrarea optică a informaţiei a cunoscut o dezvoltare considerabilă. Rezultatele remarcabile obţinute în acest domeniu au avut drept consecinţă crearea unor institute de cercetare specializate şi organizarea anuală a unor importante colocvii şi congrese internaţionale.
In ţara noastră există realizări importante în această direcţie, în cadrul secţiei de laseri a Centrului Naţional de Fizică /52/.
Una din importantele problematici care formează obiect de studiu în numeroasele centre de cercetare din lume este aceea a optimizării şi aproximării parametrilor fenomenologici proprii prelucrării optice a informaţiei. Existenţa fenomenelor neliniare, apariţia şi propagarea zgomotelor care însoţesc semnalele optice înregistrate în materiale fotosensibile, precum şi o serie de fenomene care generează degradarea imaginilor, reprezintă doar cîteva aspecte care necesită abordarea teoriei optimizării şi teoriei aproximării.
Lucrarea pe care am elaborat-o şi-a propus să aducă o serie de contribuţii la dezvoltarea metodelor de optimizare şi aproximare în domeniul prelucrării optice a informaţiei.
In cele ce urmează, vom prezenta rezumativ aceste contribuţii.

1. LINIARIZAREA OPTIMALA IN CAZUL HOLOGRAMELOR SINTETIZATE PRIN EXPUNERI SUCCESIVE

Materialele fotosensibile joacă un rol deosebit de important în optică şi sînt întîlnite oriunde apare necesară înregistrarea şi redarea semnalelor /1-26/. O serie de probleme recente ale holografiei, cum sînt cele referitoare la înregistrarea informaţiei în materialele fotosensibile şi la redarea ei, sub restricţia minimiză-

rii distorsiunilor neliniare, respectiv a maximizării reconstructiei fronturilor de undă, aduc în actualitate cerințele liniarizării răspunsului acestor materiale /27-35/ și creșterii capacității de stocare a informației /14/, /44-46/.
De un interes deosebit în această direcție sînt cercetările efectuate de Francis Yu /35/, /37/ care, utilizînd o metodă originală de liniarizare optimală a curbei transmitanță în amplitudine - expunere, calculează parametrii reconstrucției optime a imaginii de ordinul întîi dintr-o înregistrare holografică neliniară. Pornind de la metoda elaborată de Yu, am aplicat tehnica liniarizării optimale în cazul hologramelor sintetizate prin expuneri succesive /41/, /43/. Considerînd că expunerea E poate lua k valori succesive pentru sinteza hologramei, valoarea transmitanței corespunzătoare expunerii E_i este dată de expresia polinomială:

$$T_{E_i} = \sum_{n=0}^{N} a_n E_i^n \text{ , pentru } i=\overline{0,k} \tag{1}$$

A liniariza curba T=T(E) înseamnă a înlocui expresia (1), printr-o relație de forma:

$$T_i(E) = \lambda_o + \lambda_1 E_i , \tag{2}$$

ceea ce revine la a aproxima transmitanța neliniară, printr-o transmitanță liniară. Pentru ca aproximarea să fie cît mai bună este necesar ca următoarea expresie să fie minimă:

$$\sum_{i=o}^{k} (T_{E_i} - \lambda_o - \lambda_1 E_i)^2 = \text{minim} \tag{3}$$

Notînd prin $S(\lambda_o,\lambda_1) = \sum_{i=0}^{k} (T_{E_i} - \lambda_o - \lambda_1 E_i)^2$, pentru a determina parametrii λ_o și λ_1 trebuie rezolvat următorul sistem:

$$\partial S(\lambda_o,\lambda_1)/\partial\lambda_o = 0 \quad \text{și} \quad \partial S(\lambda_o,\lambda_1)/\partial\lambda_1 = 0; \tag{4}$$

Admițînd ipoteza că transmitanțele T_{E_i} sînt aditive și rezolvînd sistemul (4), obținem:

$$\lambda_0 = \frac{\sum_{i=0}^{k} T_{E_i} \sum_{i=0}^{k} E_i^2 - \sum_{i=0}^{k} T_{E_i} E_i \sum_{i=0}^{k} E_i}{(k+1)\sum_{i=0}^{k} E_i^2 - (\sum_{i=0}^{k} E_i)^2} ; \tag{5}$$

$$\lambda_1 = \frac{(k+1)\sum_{i=0}^{k} T_{E_i} E_i - \sum_{i=0}^{k} T_{E_i} \sum_{i=0}^{k} E_i}{(k+1)\sum_{i=0}^{k} E_i^2 - (\sum_{i=0}^{k} E_i)^2} \tag{6}$$

Spre deosebire de expresia găsită de Yu, în relația (6) nu intervin mediile expunerilor care ar comporta aproximări suplimentare. Parametrul λ_1 l-am interpretat ca transmitanță de ordinul 1 pentru holograma sintetizată prin expuneri succesive, sau în alți termeni, ca funcție de transfer de ordinul 1 a mediului de înregistrare.

In lucrare am arătat că interesul pentru o astfel de liniarizare optimală decurge din necesitatea stabilirii condițiilor experimentale pentru creșterea eficienței la difracție a hologramelor utilizate ca memorii de mare capacitate /44/,/45/, /54/, /55/,/76/.

2. OPTIMIZAREA LINIARA A CARACTERISTICII DE TRANSFER A HOLOGRAMELOR CU AJUTORUL FUNCTIILOR SPLINE

Printre limitările metodei Yu menționăm restricțiile referitoare la realizarea unui raport al fasciculelor obiect și de referință egal cu unitatea, la realizarea uniformității distribuției în amplitudine a undei obiect de-a lungul aperturii de înregistrare a hologramei și cele referitoare la utilizarea unui polinom de gradul 3 necesare descrierii analitice a curbei transmitanță-expunere. Pentru înlăturarea simultană a limitărilor menționate, am elaborat o nouă metodă de aproximare și liniarizare optimală, pe porțiuni, a caracteristicii de transfer a materialelor fotosensibile cu halogenuri de argint folosite în prelucrarea holografică a informației /86-89/. In acest scop, am utilizat proprietățile de aproximare ale funcțiilor spline, pe care le-am definit în domeniul expunerilor. Astfel, am stabilit o nouă formulă de calcul a transmitanței în amplitudine a hologramei, demonstrînd că expresia analitică neliniară (polinomială) a curbei transmitanță-expunere poate fi înlocuită printr-o expresie liniară care asigură aproximarea optimală a acestei curbe.

Cunoscînd că variabila luată în considerare este expunerea E (vezi Fig.1), vom defini următoarele funcții spline /82/ în intervalul $[0,E_M]$, în care E_M reprezintă valoarea maximă a expunerii:

$$l_0(E) = \begin{cases} \dfrac{E_1 - E}{E_1}, & \text{pentru } E \in [0,E_1] \\ 0, & \text{pentru } E_1 \leq E \leq E_M \end{cases} \qquad (7)$$

$$l_i(E) = \begin{cases} \dfrac{E-E_{i-1}}{E_i-E_{i-1}}, & \text{pentru } E_{i-1} < E \leqslant E_i \\ \dfrac{E_{i+1}-E}{E_{i+1}-E_i}, & \text{pentru } E_i \leqslant E < E_{i+1} \\ 0, & \text{în rest.} \end{cases} \tag{8}$$

$$l_{N+1}(E) = \begin{cases} \dfrac{E-E_N}{E_M-E_N}, & \text{pentru } E_N < E \leqslant E_M \\ 0, & \text{pentru } 0 \leqslant E \leqslant E_N \end{cases} \tag{9}$$

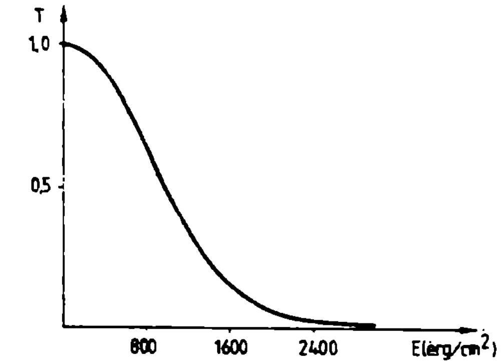


Fig.1

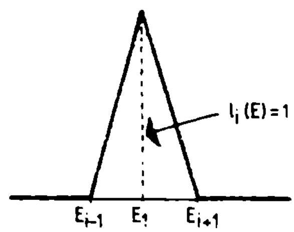


Fig. 2

Aceste funcții spline sînt funcții "acoperiș" (Fig.2) pentru care $l_i(E_i)=1$. Dacă diviziunea segmentului $[0,E_M]$ este:
$0=E_0 < E_1 < E_2 < \ldots < E_i < E_{i+1} < \ldots < E_{N+1} = E_M$, iar pasul diviziunii este același h, atunci în relația (8), $E_i-E_{i-1}=h$ și $E_{i+1}-E_i=h$, iar funcțiile spline se sprijină pe nodurile rețelei de valori ale expunerilor. Am adoptat ipoteza că pașii rețelei sînt echidistanți și pot fi oricît de mici. Intrucît transmitanța T(E) este dată de relația:

$$T(E) = \sum_{n=0}^{N} a_n E^n, \tag{10}$$

problema pe care am rezolvat-o constă în aproximarea funcției T(E) printr-o combinație liniară a funcțiilor spline $l_i(E)$, adică: $\sum_{i=0}^{N+1} \beta_i^* l_i(E)$. Pentru a aproxima funcția T(E), este necesar să determinăm coeficienții β_i^* (cu $i=\overline{0,N+1}$), așa încît:

$$\varphi(\beta^*)=\underset{\beta_i^*}{\min im}\int_0^{E_M}[T(E)-\sum_{i=0}^{N+1}\beta_i^* l_i(E)]^2 dE \qquad (11)$$

Derivînd ecuaţia (11) în raport cu β_0^*, β_1^*, ..., β_{N+1}^* obţinem următorul sistem:

$$A\beta^* = k \qquad (12)$$

în care elementele matricei A sînt de forma: $a_{ij} = \int_0^{E_M} l_i(E)\, l_j(E)\, dE$,

iar vectorul coloană k este format din elemente de forma:

$\int_0^{E_M} T(E)\, l_i(E)\, dE$.

Tinînd seama de faptul că $h=E_M/(N+1)$, se pot calcula elementele a_{ij} ale matricei A, încît sistemul (12) care trebuie rezolvat, devine:

$$\frac{h}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 & & 0 \\ 1 & 4 & \ddots & \\ & \ddots & 4 & 1 \\ 0 & & 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta_0^* \\ \beta_1^* \\ \vdots \\ \beta_{N+1}^*\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\int_0^{E_M} T(E) l_0(E) dE \\ \vdots \\ \int_0^{E_M} T(E) l_{N+1}(E) dE\end{bmatrix} \qquad (13)$$

Aplicînd metoda trapezelor pentru integralele din membrul drept, vom obţine, în final:

$$\frac{1}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 & & 0 \\ 1 & 4 & \ddots & \\ & \ddots & 4 & 1 \\ 0 & & 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta_0^* \\ \beta_1^* \\ \vdots \\ \beta_{N+1}^*\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}T(E_0) \\ T(E_1) \\ \vdots \\ T(E_{N+1})\end{bmatrix} \qquad (14)$$

Acest sistem de ecuaţii l-am rezolvat prin metoda Gauss /81/, obţinînd valorile β_i^*, în final rezultînd următoarea expresie liniară pentru aproximarea funcţiei T(E):

$$T^*(E) = \sum_{i=0}^{N+1} \beta_i^* l_i(E), \qquad (15)$$

în care $T^*(E)$ reprezintă <u>transmitanţa optimală</u>. Analizînd ecuaţia (15), se observă că $\beta_i^*=T^*(E_i)$, deoarece spline-urile în nodurile reţelei au valoarea: $l_i(E_i)=1$. Se constată din (15) că β_i^* au semnificaţie de transmitanţe (aproximate optimal). Analizînd relaţiile (10) şi (15) se remarcă faptul că am realizat înlocuirea expresiei neliniare (polinomiale) a transmitanţei, printr-o relaţie liniară care asigură aproximarea optimală a curbei T=T(E) pe porţiuni.

In lucrare am arătat că precizia metodei urmează legea stabilită de Schultz /85) şi anume:

$$[\beta^*_{i+1} 1_{i+1}(E) - \beta^*_i 1_i(E)] < h^2 \quad , \qquad (16)$$

cu alte cuvinte, diferenţa între două valori consecutive ale transmitanţelor optimale locale este mai mică decît pătratul pasului de discretizare luat pe axa expunerilor şi care poate fi ales oricît de mic, chiar sub limita posibilităţilor experimentale de determinare a două valori consecutive ale expunerii.

Analizînd sistemul (14), observăm că vectorul coloană din membrul drept conţine valorile transmitanţelor experimentale. Dacă din punct de vedere experimental am obţinut valori ale transmitanţei doar într-o anumită porţiune a curbei T-E, ca de pildă în zonă subexpunerilor, atunci introducînd aceste valori în sistemul (14), vom obţine aproximarea optimală a transmitanţelor în zona respectivă, încît curba T-E pentru această zonă va fi liniarizată pe porţiuni, valorile β^*_i corespunzătoare fiind chiar ordonatele curbei liniarizate optimal.

Algoritmul de calcul l-am implementat pe calculatorul electronic, elaborînd, în acest sens, un sistem de programe, care, pe lîngă calculul transmitanţelor optimal aproximate, permite şi trasarea curbelor T-E liniarizate pe porţiuni (vezi Fig.9 şi 10). Acelaşi sistem de programe permite, de asemenea, aproximarea prin polinoame şi prin metoda celor mai mici pătrate, stabilind totodată gradele de aproximare.

Metoda elaborată am aplicat-o pentru holograme de tip Fresnel. Pentru aceasta am realizat holograme "fascicul pe fascicul", utilizînd ca undă obiect o undă aproximativ plană provenită de la un laser He-Ne (40 mW şi λ=6328Å) care lucrează pe modul TEM_{oo}, iar ca material fotosensibil, plăci Kodak 649F. Am efectuat, de asemenea, măsurători ale eficienţei la difracţie în ordinul întîi (vezi Fig.3) Instalaţia experimentală şi geometria acesteia sînt prezentate în Fig.4 şi 5.

Măsurătorile de transmitanţă în amplitudine le-am efectuat cu ajutorul unui microfotometru Zeiss cu celulă fotoelectrică (Fig.6), iar puterea în ordinul 1, am măsurat-o cu un powermetru LMI-Zeiss (100 mW).

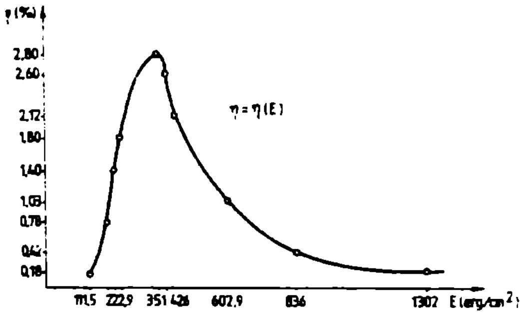
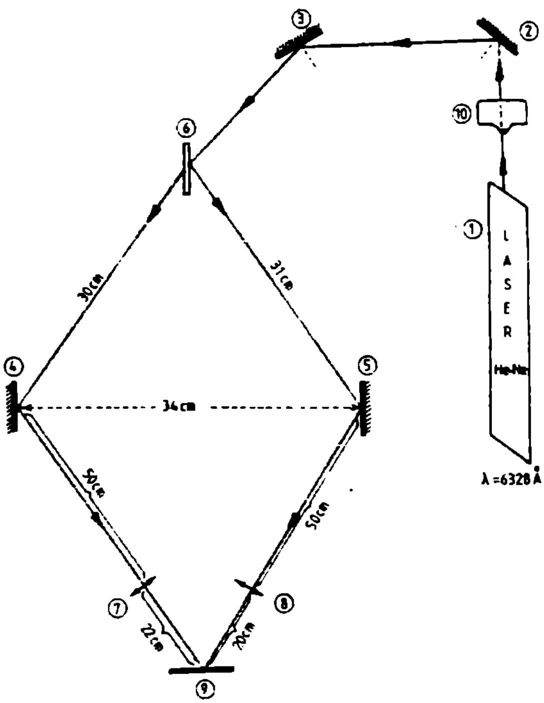


Fig. 3

GEOMETRIA INSTALAȚIEI EXPERIMENTALE



1 = Laser He-Ne tip HNA-188 Zeiss Jena
2,3,4,5 = Oglinzi metalizate reglabile EL DON MH 50
6 = Divizor de fascicule cu transparență continuu-variabilă VBA-200 EL DON
7 = Obiectiv pentru lărgirea fasciculului (6x)
8 = Obiectiv pentru lărgirea fasciculului (10x)
9 = Placă holografică KODAK 649F
10 = Opturator LLC PRAKTIKA

Fig. 4

INSTALAȚIA EXPERIMENTALĂ

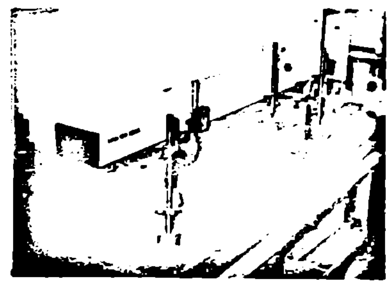


Fig. 5

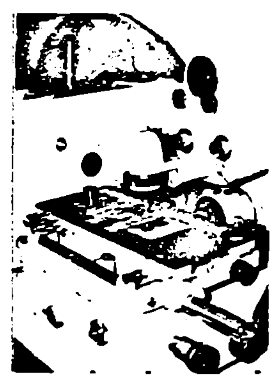


Fig. 6

Pentru verificarea metodei de aproximare prin polinoame a curbei T-E şi pentru testarea corectitudinii măsurătorilor experimentale am comparat datele noastre cu acelea obţinute de Lehmann şi utiiizate de Goodman şi Knight /27/ pentru determinarea efectelor ne liniarităţilor introduse de plăcile Kodak 649F la reconstrucţia fronturilor de undă ale obiectelor difuze. In Fig.7 este trasată, cu ajutorul calculatorului electronic, curba T-E, aproximată polinomial, utilizînd datele experimentale obţinute de Lehmann, iar în Fig.8 este trasată curba T-E cu datele experimentale obţinute de noi. Compararea acestor curbe demonstrează corectitudinea algoritmului propus şi a măsurătorilor experimentale efectuate. In lucrare am arătat că pentru aproximarea prin polinoame este necesară alegerea gradelor optime ale acestora /78/ datorită instabilităţilor, respectiv "oscilaţiilor" curbei la extremităţi /77/.
In ceea ce priveşte aplicarea metodei de aproximare prin spline-ur pentru înregistrări neliniare ale hologramelor, am trasat curba transmitanţă-expunere pe baza datelor experimentale obţinute (Fig.9). Pentru a demonstra puterea metodei, am trasat şi curba T-E aproximată prin metoda Francis Yu /35/, /37/ (Fig.10) şi am determinat în cazul ambelor metode gradele de aproximare pe baza valorilor coeficienţilor de variaţie. Rezultatul obţinut demonstrează că metoda pe care am elaborat-o permite aproximări superioare.
Tinînd seama de posibilităţile de liniarizare pe porţiuni ale curbei T-E, deci şi în zonele de neliniaritate pronunţată, metoda pe care am elaborat-o serveşte calculului imaginilor de ordin superior în procesul de reconstrucţie a frontului de undă înregistrat. Permiţînd stabilirea nivelelor de expunere, direct din curba aproximată optimal, metoda propusă oferă posibilitatea definirii cerinţelor experimentale de înregistrare holografică, în condiţii de minimizare a distorsiunilor, pentru un tip de material fotosensibil dat. Ea poate fi generalizată şi în domeniul înregistrărilor în lumină incoerentă sau cvasi-coerentă.
In ceea ce priveşte extinderea posibilităţilor de aplicare, această metodă de aproximare optimală poate fi utilizată la calculul şi realizarea filtrelor optime, la analiza semnalelor prin filtraj spaţial, precum şi la sinteza memoriilor holografice /57-76/.

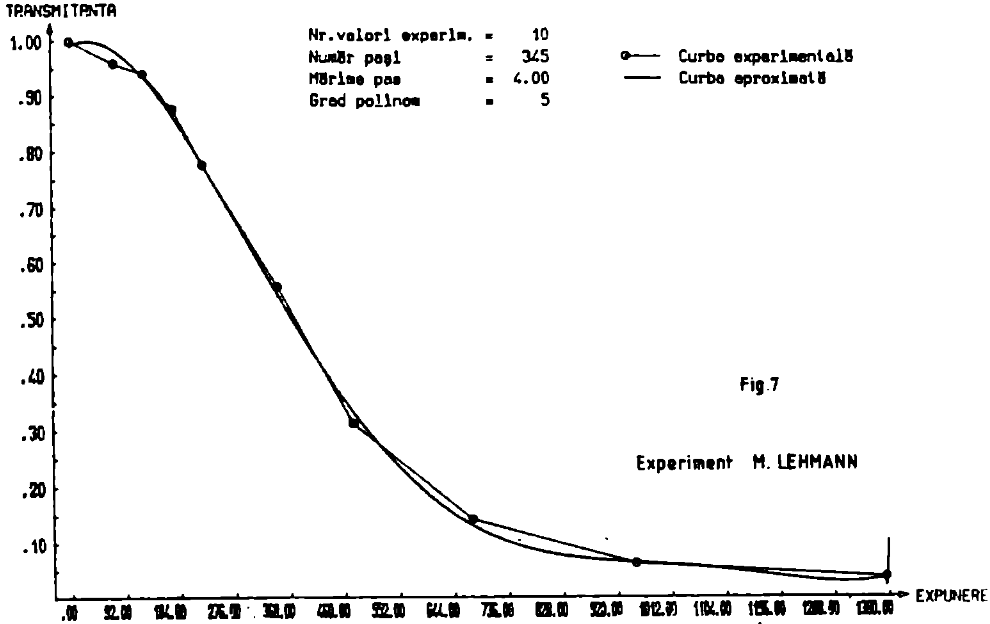

TRANSMITANTA
1.00
.90
.80
.70
.60
.50
.40
.30
.20
.10
Nr.valori experim. = 10
Număr paşi = 345
Mărime pas = 4.00
Grad polinom = 5
Curba experimentală
Curba aproximată
Experiment M. LEHMANN
EXPUNERE

Fig.7

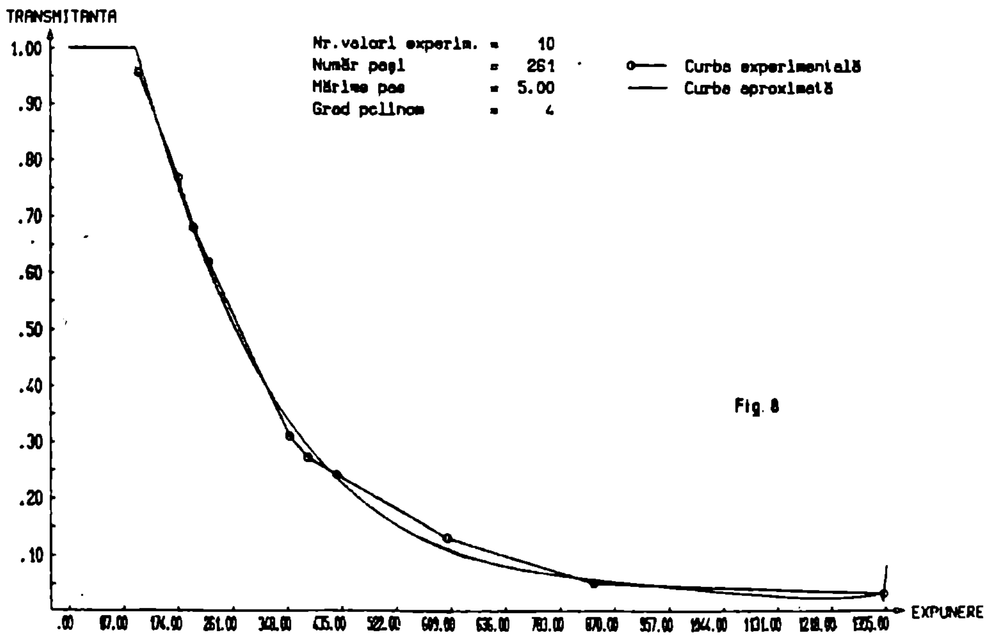

TRANSMITANTA
1.00
.90
.80
.70
.60
.50
.40
.30
.20
.10
Nr.valori experim. = 10
Număr paşi = 261
Mărime pas = 5.00
Grad polinom = 4
Curba experimentală
Curba aproximată
EXPUNERE

Fig. 8

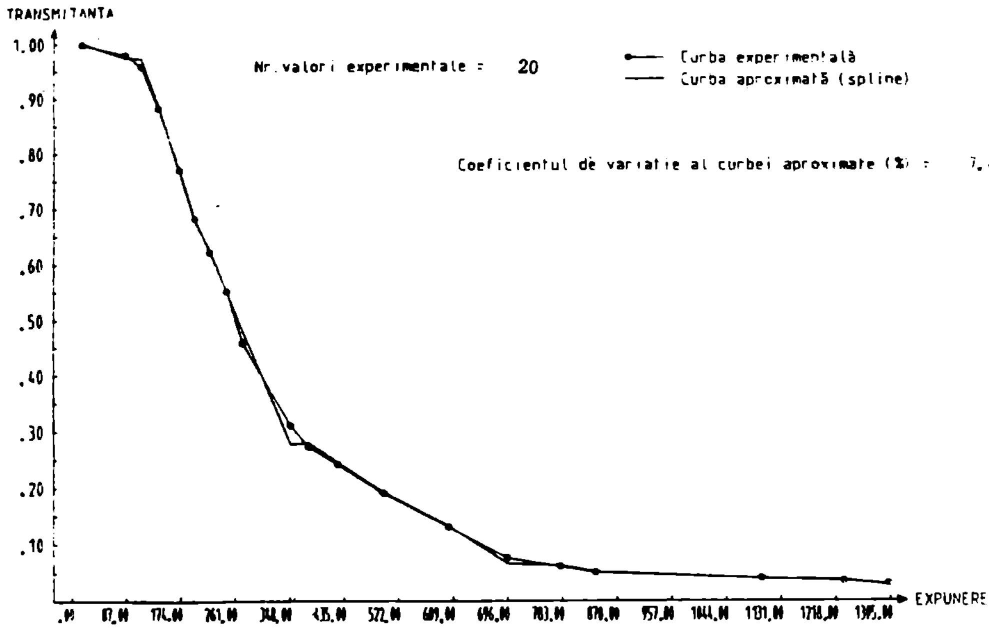


Fig. 9 : Aproximarea optimală a curbei T-E cu ajutorul funcțiilor spline

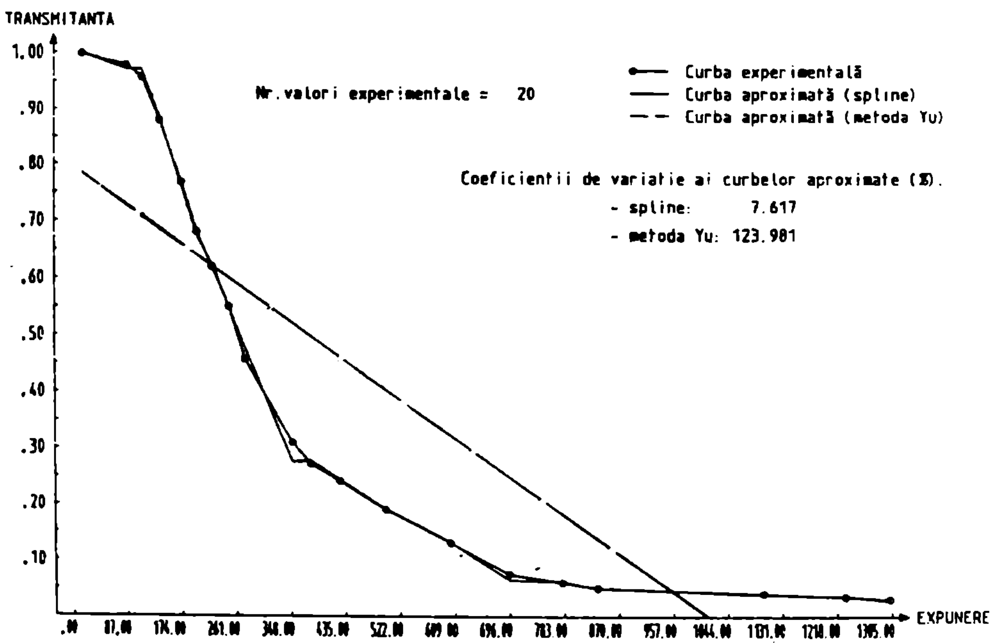


Fig. 10 : Aproximarea optimală a curbei T-E cu ajutorul funcțiilor spline

3. OPTIMIZAREA RAPORTULUI SEMNAL/ZGOMOT

Prezenţa zgomotelor în imaginea holografică, cum sînt, de pildă zgomotele speculare specifice coerenţei, zgomotele de intermodulaţie provenite din neliniaritatea caracteristicii de transfer a materialelor fotosensibile, zgomotele de relief cauzate de denivelările suprafeţei emulsiei şi zgomotele datorate repartiţiei stocastice a granulelor de argint în emulsie, a impus investigarea unor metode de determinare şi separare a acestora de semnalele optice înregistrate.
In lucrare am abordat doar zgomotele datorate repartiţiei stocastice a granulelor de argint în emulsia fotosensibilă, elaborînd o nouă metodă de aproximare optimală a semnalului înregistrat şi a zgomotului aferent, precum şi a raportului optim semnal/zgomot /151/, /152/. Metoda se bazează pe utilizarea funcţiilor spline bidimensionale pe care le-am definit pe suprafaţa plăcii holografice prin intermediul unei reţele de noduri echidistante. In acest sens, am considerat că placa holografică este un pătrat de arie s, avînd laturile egale cu unitatea (vezi Fig. 11). Am divizat aceste laturi, de-a lungul axelor x şi y, în paşi de discretizare h echidistanţi, oricît de mici posibil, obţinînd astfel o reţea de noduri echidistante. Din punct de vedere fizic, acest lucru revine la posibilitatea alegerii mărimii paşilor sub dimensiunea celei mai mici granule de argint, asigurîndu-se, pe această cale, condiţia de trecere sub limita de rezoluţie a materialului fotosensibil.

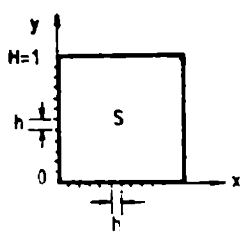


Fig.11

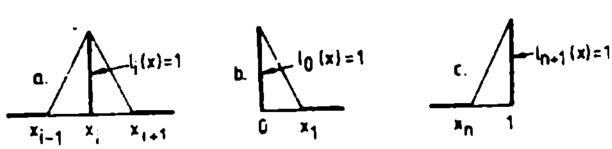


Fig.12

De-a lungul axei x, am ales funcțiile spline (vezi Fig.12), de următoarea formă generală:

$$l_i(x) = \begin{cases} (x-x_{i-1})/h, & \text{pentru } x \in [x_{i-1}, x_i] \\ (x_{i+1}-x)/h, & \text{pentru } x \in [x_i, x_{i+1}] \\ 0 & \text{, pentru } 0 \leq x \leq x_{i-1} \text{ și } x_{i+1} \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (17)$$

De-a lungul axei y, am ales funcții spline similare, de forma următoare, avînd același pas de discretizare h:

$$l_j(y) = \begin{cases} (y-y_{j-1})/h, & \text{pentru } y \in [y_{j-1}, y_j] \\ (y_{j+1}-y)/h, & \text{pentru } y \in [y_j, y_{j+1}] \\ 0 & \text{, în rest} \end{cases} \quad (18)$$

Am definit pe placa holografică funcțiile spline de bază, $\mathcal{B}_k(x,y)$, drept toate produsele posibile $\{l_i(x)\, l_j(y)\}$, unde $i=\overline{0,n+1}$ și $j=\overline{0,n+1}$. Intrucît transmitanța T este o funcție de expunere, iar expunerea E este dependentă de coordonatele x și y ale ariei s, am definit transmitanța optimal aproximată (T) prin următoarea relație:

$$T^*(E) = \sum_{K=1}^{(n+2)^2} \beta_k \mathcal{B}_K(x,y), \quad (19)$$

în care valorile β_k (unde $k=\overline{1,\ (n+2)^2}$) se determină din următorul sistem liniar:

$$A\beta = K \quad (20)$$

în care A este o matrice, iar β este vectorul coloană de elemente β_k. Termenul liber, K, este un vector de componente k_i și se calculează astfel:

$$K = [k_i] = \left[\int_0^1 \int_0^1 T(E)\, \mathcal{B}_i(x,y)\,dxdy \right]_{i=\overline{1,(n+2)^2}} \quad (21)$$

Integrala dublă am interpretat-o ca <u>transmitanță mediată</u> și ea reprezintă valoarea transmitanței T(E) în punctele (x_i, y_i), adică în toate nodurile rețelei considerate pe suprafața plăcii holografice. Cu alte cuvinte, elementul k_i este:

$$k_i = \int_0^1 \int_0^1 T(E)\, \mathcal{B}_i(x,y)\,dxdy = T[E(x_i, y_i)]$$

deci vectorul K, care este $(n+2)^2$- dimensional, conține transmitanțele $T[E(x_i,y_i)]$ pentru toate nodurile rețelei considerate.

Din relația (21) rezultă că integrala $\iint\limits_{S} \mathcal{B}_l(x,y)dxdy$ are semnificație de densitate de transmitanță.
In conformitate cu rezultatele lui Schultz /85/, matricea A se obține ca produs tensorial între următoarea matrice și ea însăși:

$$B=\frac{h}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 & & & 0 \\ 1 & 4 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 4 & 1 \\ 0 & & & 1 & 2 \end{bmatrix}, \tag{22}$$

adică A=B⊗B. Pentru rezolvarea sistemului (20), am utilizat metoda Gauss-Seidel /155/, obținînd valorile β_l, care introduse în expresia (19) permit calculul transmitanței optimal aproximate. Analizînd relațiile (19) și (21), se observă că pentru determinarea lui $T^*(E)$ este necesară cunoașterea transmitanței $T(E)$. Adoptînd ipotezele lui Francis Yu /124/, /125/, conform cărora comportarea zgomotului emulsiilor fotosensibile urmează un proces Markov cu parametru continuu, iar distribuția granulelor developate corespunde unei probabilități nestaționare, expresia lui T(E) este dată de:

$$T=e^{-bM\left[1-e^{-\varphi(E)}\right]} , \tag{22}$$

iar zgomotul, care reprezintă dispersia transmitanței, este:

$$\sigma_T{}^2 = Mb^2 e^{-\varphi(E)}\left[1-e^{-\varphi(E)}\right] \cdot e^{-2bM\left[1-e^{-\varphi(E)}\right]} \tag{23}$$

In aceste expresii $b=0,5\cdot\ln 10$, M reprezintă numărul de granule de argint conținute în așa-numita celulă imagine (adică aria minimă generatoare de imagine rezolubilă), iar $\varphi(E)=0,5(E/\alpha)^2$, unde α este o constantă adecvată, a cărei mărime corespunde valorii maxime a derivatei funcției care descrie curba Hurter-Driffield pentru emulsia respectivă.
Intrucît transmitanța reprezintă rădăcina pătrată a semnalului, iar zgomotul reprezintă dispersia acestei transmitanțe, raportul semnal/zgomot optimal va fi dat de:

$$(S/Z)^* = T^{*2} / \sigma^{*2}_T \tag{23}$$

Pentru determinarea lui σ^{*2}_T am utilizat același procedeu obținînd următorul rezultat:

$$\sigma^*_T = \sum_{p=1}^{(n+2)^2} \gamma_p \mathcal{B}_p(x,y), \tag{24}$$

în care γ_p se determină rezolvînd sistemul: $A\gamma=P$, în care A este aceeași matrice ca în sistemul (20), iar vectorul coloană P, are elementele de forma: $\int_0^1\int_0^1 \sigma_T(x,y)\,\mathcal{B}_p(x,y)\,dxdy$. Acest tip de integrală am interpretat-o ca zgomot la puterea 1/2 mediat. In acest fel, integrala $\int_0^1\int_0^1 \mathcal{B}_p(x,y)\,dxdy$ reprezintă densitatea de zgomot, sau mai exact, densitatea rădăcinii pătrate a zgomotului. Analizînd ecuațiile (19) și (24), constatăm că T^* și σ^*_T sînt polinoame liniare în x și y. In acest fel, am demonstrat că relațiile exponențiale (22) și (23) se pot transforma în relații liniare, arătînd, totodată, că raportul optimal semnal/zgomot se poate obține printr-o împărțire a două polinoame pătratice.

Metoda pe care am elaborat-o poate fi utilizată la caracterizarea materialelor fotosensibile cu halogenuri de argint în ceea ce privește puterea de rezoluție, funcția de transfer de modulație și produsul spațiu x bandă. De asemenea, ea poate fi utilizată la calculul filtrelor spațiale.

4. RESTAURAREA IMAGINILOR DEGRADATE

Inconvenientele de ordin teoretic și experimental întîlnite la restaurarea imaginilor, au determinat, în ultimii ani, abordarea unor metode matematice speciale și utilizarea calculatoarelor electronice. Printre aceste metode se numără cele inițiate de Peyrovian și Sawchuk /182/ și continuate de Hou și Andrews /183/ care utilizează proprietățile de aproximare și interpolare ale funcțiilor spline.

Partea deterministă a unei imagini degradate într-un sistem invariant spațial de formare a imaginii, este dată de următoarea integrală de convoluție:

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x-\xi)\,f(\xi)\,d\xi \quad , \tag{25}$$

în care g(x) reprezintă imaginea degradată, f(x) este funcția obiect, iar $h(x-\xi)$ reprezintă funcția de răspuns la impuls. Rezolvarea pe calculator a expresiei (25), înseamnă, de fapt, o integrare numerică care se efectuează discretizînd cantitățile de sub semnul integralei prin procedeul de eșantionare. Să presupunem că g(x) este eșantionată uniform, cu pasul de eșantionare Δx.

Pentru a aplica relaţia (25) este necesar să eşantionăm, atît funcţia $f(x)$, cît şi $h(x-\xi)$, iar apoi să recurgem la interpolări. In scopul evitării dificultăţilor numerice se pot utiliza, ca funcţii interpolatoare, funcţiile spline. Astfel, utilizînd B-spline-uri ca bază în eşantionarea uniformă, obiectul $f(x)$ şi răspunsul la impuls $h(x)$ se pot reprezenta (interpola) în forma următoare:

$$f(x)=\sum_i f_i B_m(x-x_i);$$
$$h(x)=\sum_j h_j B_n(x-x_j), \tag{26}$$

în care $B_m(x)$ şi $B_n(x)$ sînt B-spline-uri de grade m şi n, centrate în originea intervalelor de eşantionare, iar f_i şi h_j reprezintă coeficienţii de interpolare, adică valorile funcţiilor f şi h în punctele x_i, respectiv x_j. Inlocuind, acum, expresiile (26), în (25), se obţine:

$$g(x)=\sum_i \sum_j f_i h_j B_m(x-x_i) * B_n(x-x_j), \tag{27}$$

unde prin semnul $*$ am desemnat produsul de convoluţie. Ţinînd seama de faptul că produsul de convoluţie a două funcţii spline de grade m, respectiv n, este un spline de grad (m+n+1), avem:

$$\sum_k g_k B_{m+n+1}(x-k\Delta x) = \sum_i \sum_j f_i h_j B_{m+n+1}\left[x-(i+j)\Delta x\right] \cdot \tag{27}$$

Utilizînd notaţia matriceală, ecuaţia (27) se mai poate scrie:

$$g = Hf, \tag{28}$$

în care g şi f sînt vectori de elemente g_k, respectiv f_i, în timp ce H este o matrice circulant de elemente h_j.

Dacă considerăm, acum, restaurarea degradărilor neinvariante spaţial pentru cazul sistemelor liniare de formare a imaginilor, presupunînd că imaginea degradată nu are zgomot, atunci aceasta este modelată de o relaţie de tipul (28), în care H este matricea de degradare. In cazul în care H este o matrice pătrată, nesingulară şi bine condiţionată, imaginea restaurată, pe care o notăm cu $\hat{f}$, se poate obţine cu ajutorul relaţiei:

$$\hat{f} = H^{-1} g, \tag{29}$$

unde prin H^{-1} am notat inversa lui H. In practică această matrice este, fie singulară, fie prost condiţionată datorită dimensiunii mari, sau datorită pierderii de detalii ale obiectului rezultat din transformarea (28). In majoritatea cazurilor concrete, H nu este pătrată. Din aceste motive, chiar în absenţa zgomotului, din relaţia (29) nu se poate obţine $\hat{f}$, adică imaginea restaurată optimal. Acest lucru sugerează definirea unui criteriu de fidelitate care să conducă la o soluţie unică pentru f. In acest scop am adoptat criteriul normei minime definit astfel: Să se minimizeze $\| f \|^2$ pentru toate funcţiile $f \in R^n$ care minimizează $\| g-Hf \|^2$. Prin $\| . \|$ am notat norma euclidiană. Pentru această problemă de minimizare există o soluţie unică şi se obţine prin metode ale calculului variaţiei. Astfel, utilizînd parametrul lagrangean δ, trebuie să minimizăm următoarea funcţională:

$$W(f) = \| g-Hf \|^2 + \delta^2 \| f \| \tag{30}$$

Luînd derivata lui W(f) în raport cu f şi anulînd-o, obţinem următoarea estimare optimală pentru funcţia obiect:

$$\hat{f} = \lim_{\delta \to 0} (H^t + \delta I)^{-1} H^t g, \tag{31}$$

în care H^t este transpusa lui H, iar I este matricea identitate. Albert /188/ a demonstrat că pentru orice matrice H de dimensiuni m x n există întotdeauna relaţia:

$$H^+ = \lim_{\delta \to 0} (H^t H + \delta^2 I)^{-1} H^t, \tag{32}$$

unde H^+ se numeste pseudoinversa Moore-Penrose a matricei H. Pentru orice vector g (m-dimensional), vectorul următor:

$$\hat{f} = H^+ g \tag{33}$$

este vectorul de normă minimă printre vectorii care satisfac minimizarea $\| g-Hf \|^2$.

Utilizînd anumite proprietăţi matriceale, rezultă, în final, că:

$$H^+ = \lim_{\delta \to 0} H^t (HH^t + \delta^2 I)^{-1} \tag{34}$$

In scopul restaurării pe calculatorul electronic a imaginilor degradate, am elaborat un sistem de programe /184/, /192/, în care nucleul pentru restaurare îl formează calculul pseudoinversei matricei de degradare. Astfel, am implementat un algoritm de calcul al pseudoinversei, care reprezintă o adaptare a metodei de ortogonalizare Graam-Schmidt /191/. In acest sens, ne-am limitat doar la următoarele proprietăți ale pseudoinversei:

$$HH^+H = H \text{ şi } H^+HH^+ = H^+ \tag{35}$$

şi ţinînd seama de faptul că H^+ se obţine dintr-un criteriu de minim în norma euclidiană a funcţionalei (30), am definit funcţionala $F(f)=\|g-Hf\|^2$ care nu mai conţine lagrangeanul δ^2. Derivînd această nouă funcţională în raport cu f, rezultă că pseudoinversa devine:

$$H^+=(H^tH)^{-1}H^t \tag{36}$$

Adoptînd notaţiile $X=H^t$ şi $Y=HX$ şi desemnînd vectorul coloanei i, cu x_i, algoritmul de calcul al pseudoinversei se reduce la:

$$x_i=x_i - \sum_{k=1}^{i-1} \langle Hx_i, Hx_k \rangle \, x_k \tag{37}$$

Considerînd că y_1 este prima coloană a matricei Y, pentru $i=\overline{2,n}$ am utilizat formula:

$$x_i=x_i - \sum_{k=1}^{i-1} \langle y_i, y_k \rangle \, x_k \tag{38}$$

După parcurgerea integrală a relaţiei (38) se vor obţine alte valori pentru matricele X şi Y, cu aceeaşi legătură între ele. In acest stadiu, s-a demonstrat, că H^+ este dată de:

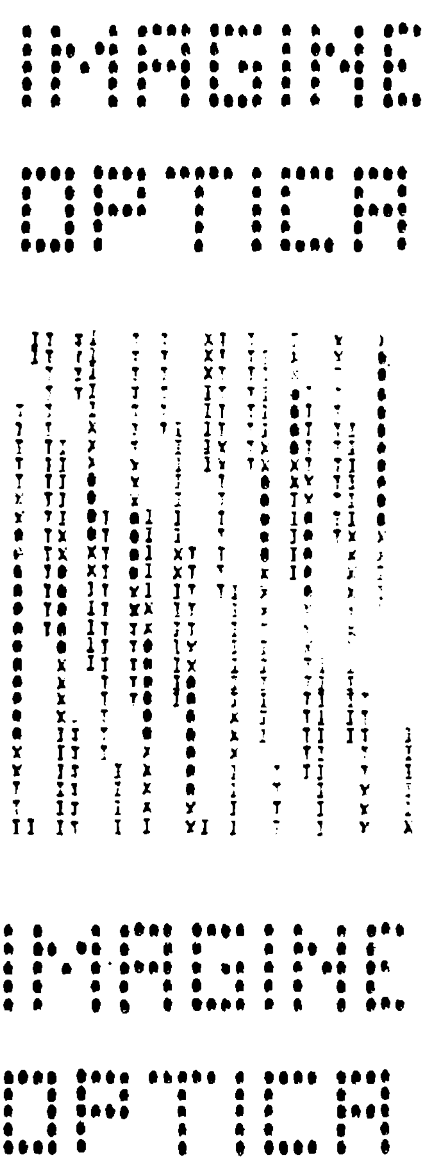
$$H^+ = XY^t \tag{39}$$

Ca indicativ al preciziei cu care am obţinut pseudoinversa H^+, am utilizat următoarea evaluare:

$$EPS= \|HH^+H-H\| + \|H^+HH^+-H^+\| \quad , \tag{40}$$

obţinînd pentru EPS, valori de ordinul 10^{-10}.

Pentru a demonstra valabilitatea algoritmului implementat, am utilizat mai multe experimente de restaurare a imaginilor degradate pentru obiecte de diferite forme /193/, utilizînd tehnica simulării pe calculator /194/. Astfel, am realizat imaginea reală, nedegradată, a unui obiect (de exemplu, imaginea textului "IMAGINE OPTICA" - vezi Fig. 13 a) şi am produs degradarea totală (Fig. 13 b) cu ajutorul unei funcţii de răspuns la impuls de formă gaussiană, modelată de un polinom de gradul 4. Restaurarea imaginii degradate are loc în condiţii optime, încît imaginea restaurată este identică cu obiectul real (Fig.13 c).



(a)
Obiect real
(text)

(b)
imagine degradată

(c)
imagine restaurată

Fig. 13

Sistemul de programe realizat pentru calculatoarele IBM-370/135 și Felix C-1024, permite restaurarea imaginilor degradate de 100 x 100 pixel-uri, pentru o gamă mare de nivele de luminozitate. Restaurarea detaliilor (frecvente spațiale înalte) sau a contururilor fine ale imaginii obiectelor, are în vedere aplicarea algoritmului de interpolare prin funcții spline și cunoașterea cu precizie a funcției de răspuns la impuls.

In ceea ce privește restaurarea degradărilor neinvariante spațial ale imaginilor formate în sisteme optice neliniare, în lucrare am fundamentat un model teoretic bazat pe utilizarea criteriului normei minime /184/. In acest sens, am presupus că imaginea degradată este modelată de următoarea ecuație neliniară:

$$g = Hf \ , \tag{41}$$

în care H este aici un operator neliniar din $R^n \longrightarrow R^n$, iar g și f au aceleași semnificații ca și în cazul sistemelor liniare. Am definit criteriul de fidelitate pentru unicitatea lui f cu ajutorul criteriului de normă minimă și am arătat că problema minimizării $\| f \|^2$, pentru toți f care minimizează $\| g-Hf \|^2$, admite o soluție unică. In acest scop am presupus că operatorul neliniar H este derivabil pe orice direcție și are o proprietate de monotonie, în sensul că:

$$\langle Hf_1-Hf_2,\ f_1-f_2 \rangle \geqslant 0 \tag{42}$$

Am asociat problemei puse următoarea funcțională:

$$W(f)= \| g-Hf \|^2+ \lambda \| f \|^2, \tag{43}$$

care trebuie minimizată ($\lambda \geqslant 0$) și am găsit că ea are un punct de minim unic absolut în R^n, dat de relația $\nabla W(f)=0$. In final, am obținut următoarea estimare optimală pentru f:

$$\hat{f}= \lim_{\lambda \to 0} ([H']^T H+ \lambda I)^{-1} . [H'(f)]^T g, \tag{44}$$

în care H' reprezintă gradientul lui H, I-matricea identitate, iar prin T am notat semnul conjugării/transpunerii. Analizînd expresia (44) se poate observa că în cazul în care H este o matrice (aplicație liniară), obținem rezultatele lui Peyrovian și Sawchuk /182/.

C O N C L U Z I I

1.1. Aplicînd metoda lui Yu în cazul hologramelor sintetizate prin expuneri succesive, am determinat parametrii de optimizare λ_0 şi λ_1 care intervin în relaţia liniară de aproximare a caracteristicii de transfer a mediului fotosensibil. Parametrul de optimizare λ_1 l-am interpretat ca reprezentînd transmitanţa de ordinul 1 a hologramei obţinute prin expuneri succesive.

1.2. Am arătat că interesul pentru o astfel de aproximare decurge din necesitatea creşterii eficienţei la difracţie a hologramelor utilizate ca memorii de mare capacitate.

2.1. Am elaborat o nouă metodă de aproximare şi liniarizare optimală, pe porţiuni, a caracteristicii de transfer a materialelor fotosensibile cu halogenuri de argint, utilizate în holografie, folosind proprietăţile de aproximare ale funcţiilor spline, pe care le-am definit în domeniul expunerilor. In acest sens, am stabilit o nouă formulă de calcul a transmitanţei în amplitudine a hologramei, demonstrînd că expresia neliniară a curbei T-E se poate înlocui printr-o expresie liniară care asigură aproximarea optimală, pe porţiuni. In expresia liniară respectivă, coeficienţii care intervin ca ponderi ale funcţiilor spline au semnificaţie de transmitanţe locale optimal aproximate.

2.2. Am aplicat metoda elaborată pentru holograme de tip Fresnel înregistrate pe plăci Kodak 649 F, utilizînd ca undă obiect o undă aproximativ plană provenită de la un laser He-Ne care lucrează pe modul TEM_{00}. Am efectuat măsurători ale eficienţei la difracţie în ordinul 1, arătînd că înregistrările respective contribuie la neliniaritatea globală a hologramei. Pe baza măsurătorilor de transmitanţă şi expunere, am trasat, cu ajutorul calculatorului electronic, curbele T-E aproximate prin polinoame, prin metoda celor mai mici pătrate(utilizată de Yu)şi prin funcţii spline. Am determinat, de asemenea, gradele de aproximare, pe baza coeficienţilor de variaţie, demonstrînd că metoda pe care am elaborat-o permite aproximări superioare.

2.3. Permiţînd liniarizarea optimală şi în zonele de neliniaritate pronunţată, adică în zonele de subexpunere, respectiv de supraexpunere, metoda elaborată oferă posibilitatea calculului imaginilor de ordin superior în procesul de reconstrucție a frontului de undă înregistrat.

2.4. Prin posibilitățile de deducție, direct din curbele aproximate optimal, a nivelelor de expunere și transmitanțelor corespunzătoare, metoda permite definirea cerințelor experimentale de înregistrare în condiții de minimizare a distorsiunilor.

3.1. Plecînd de la teoria stocastică a zgomotului datorat granulelor de argint în emulsiile fotosensibile, am elaborat o nouă metodă de aproximare optimală, atît pentru semnal, cît și pentru zgomot. In acest sens, definind o clasă de funcții spline bidimensionale pe suprafața hologramei, am demonstrat că transmitanța optimal aproximată (definită de rădăcina pătrată a semnalului) se poate exprima printr-o relație liniară conținînd aceste funcții.

3.2. Cu ajutorul funcțiilor spline bidimensionale, am definit densitatea de transmitanță, transmitanța mediată, densitatea zgomotului și zgomotul mediat pentru materiale fotosensibile înregistrate holografic.

3.3. Am demonstrat că zgomotul datorat granulelor de argint (definit de dispersia transmitanței), poate fi aproximat optimal printr-o relație liniară a abaterii.

3.4. Am arătat că valoarea optimală a raportului semnal/zgomot se obține împărțind pătratul transmitanței optimal aproximate, la dispersia acestei transmitanțe și că acest raport este dependent de numărul de granule de argint conținute în celula imagine.

4.1. Am elaborat un model teoretic pentru restaurarea degradărilor neinvariante spațial ale imaginilor formate în sisteme optice neliniare, utilizînd criteriul normei minime. Am arătat că înlocuirea operatorului neliniar , în expresia finală a imaginii restaurate optimal, printr-o matrice (aplicație liniară), conduce la rezultatele din cazul sistemelor liniare.

4.2. Am restaurat imagini cu ajutorul calculatorului electronic, elaborînd un sistem de programe adecvat, în care nucleul pentru restaurare este calculul pseudoinversei matricei de degradare.

Experimentele de restaurare efectuate, atestă valabilitatea algoritmului elaborat, imaginile restaurate fiind identice cu obiectele reale.

4.3. Am arătat că pentru restaurarea detaliilor (frecvențe spațiale înalte), sau a contururilor fine, este necesară aplicarea algoritmului de interpolare prin funcții spline și cunoașterea exactă a funcției de răspuns la impuls.

x

x x

In încheiere menționăm că metodele de optimizare și aproximare au cîștigat în ultimii ani noi terenuri de cercetare fundamentală și aplicativă. Ca urmare, dezvoltarea și aplicarea lor au creat cadrul modern de abordare a unor cercetări de mare diversitate în domeniul prelucrării optice a informației.

BIBLIOGRAFIE SELECTIVĂ

1. Brătescu,G.G., "Optica", Ed.Didactică şi Pedagogică (1965)
3. Popescu Ioan-Iovit,Iova,I., Toader,E., "Fizica plasmei şi aplicaţii", Ed.Ştiinţifică şi Enciclopedică (1981)
4. Ţiţeica,R., Popescu,I., "Fizica generală", vol.2, Ed.Tehnică (1973)
5. Popescu,I.M., ş.a.,"Aplicaţii ale laserilor", Ed.Tehnică (1979)
7. Iova,I., "Elemente de optică aplicată", Ed.Ştiinţifică şi Enciclopedică (1977)
8. Popescu,N.Gr., Opran,M.E., "Laseri-Aplicaţii", Ed.Militară (1979)
10. Brătescu,G.G., Tudor,T., J.Optics , 12,59 (1981)
11. Cucurezeanu,I., Suciu,P.I., "Curs de holografie", I, I.P.B. (1974)
13. Vlad,V.I., "Introducere în holografie", Ed.Academiei R.S.R. (1973)
14. Vlad,V.I., ş.a., "Prelucrarea optică a informaţiei", Ed. Academiei R.S.R. (1976)
15. Suciu, P.I., "Cercetări în lumină coerentă", Teză, IFTAR (1980)
16. Smith,H.M., "Holographic Recording Materials", Springer-Verlag (1977)
24. Smith,H.M., Appl.Opt.,11,1,26 (1972)
26. Thomas,C.E., Appl.Opt.,11,8,1756 (1972)
27. Goodman,J.W., Knight,G.R., J.Opt.Soc.Am,58,9,1276 (1968)
29. Bryngdahl,O.,Lohmann,A.W.,J.Opt.Soc.Am.,58,10,1325 (1968)
30. Kozma,A.,Jull,G.W.,Hill,K.O.,Appl.Opt.,9,3,721 (1970)
31. Velzel,C.H.F.,Opt.Commun.,3,3,133 (1971)
33. Upatnieks,J.,Leonard,C.D.,Appl.Opt.,10,10,2365 (1971)
35. Yu,F.T.S., "Introduction to Diffraction,Information Processing, and Holography, MIT Press (1973)
37. Yu,F.T.S.,J.Opt.Soc.Am.,59,8,490 (1969)
41. Homescu,R., "Liniarizarea funcţiilor polinomiale cu aplicaţii în prelucrarea optică a datelor", com.LCCE (noiembrie 1976)
43. Homescu,R., :"Asupra optimizării liniare în prelucrarea optică a datelor", în:"Cibernetica şi progresul societăţii", Ed. Politică (1980)
44. Homescu,R., "Sisteme holografice de memorare a informaţiei", Studii şi Cercet.de Calcul ec. şi Cibernetică ec.,2,97 (1973)
45. Homescu,R., "Utilizarea memoriilor holografice de mare capacitate", Studii şi Cercet. de Calcul ec. şi Cibernetică ec., 2,85 (1980)

46. Hill,B.,Appl.Opt.,11,1,182 (1972)

52. Vlad,V.I., în: "Modern Trends in Cybernetics and Systems", Springer-Verlag, Vol.3 (1975)

54. Homescu,R.,"Sisteme optice de înmagazinare și regăsire a informației", com.LCCE (iunie 1975)

55. Homescu,R., "Metodă de calcul a capacității de memorare a hologramelor", com.LCCE (oct. 1973)

57. Akaev,A.,A.,Golubkova,M.N., Maiorov,S.A., Avtometriia,2,99 (1

64. Akaev,A.A., Naidenova,L.V., Izv.VUZ Priborostr.,2o,3,53 (1977

69. Berstnev,S.P.,ș.a., Sov.J.Quantum Electron,7,5,653 (1977)

76. Homescu,R., "Orientări actuale în domeniul memoriilor optice" Al II-lea Simpozion "Modelarea cibernetică", Academia R.S.R. (aprilie 1981)

77. Fabian,Cs., Studii de Statistică, D.C.S., 297 (1965)

78. Rumșiski,L.Z., "Prelucrarea matematică a datelor experimental (traducere conf.dr.Săcuiu,I.), Ed.Tehnică (1974)

81. Șchiop,A.I., "Analiza unor metode de discretizare", Ed. Academiei R.S.R. (1978)

82. Micula,Gh., "Funcții spline și aplicații", Ed.Tehnică (1978)

85. Schultz,M.H., "Spline Analysis", Prentice-Hall (1973)

86. Homescu,R., "Funcții spline și aplicarea lor în optimizarea proceselor de prelucrare optică a datelor", com.LCCE (ian. 1978)

87. Homescu,R., "O metodă de liniarizare optimală pentru curba transmitanță-expunere", com.LCCE (iunie 1978)

88. Homescu,R., "Linear Optimization in O.D.P. Using Splines", 4th Internat.Congress of Cybernetics and Systems, Amsterdam (August 1978)

89. Homescu,R., "On Linear Optimization in Optical Data Processin Ec.Comput.and Ec.Cybernetics St. and Res.,1,61 (1979)

124. Yu,F.T.S.,J.Opt.Soc.Am.,59,342 (1969)

125. Yu,F.T.S., J.Opt.Soc.Am.,60,1547 (1970)

128. Papoulis,A., "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes", McGraw-Hill (1965)

151. Homescu,R., "Optimization of the Signal-to-Noise Ratio in the Optical Data Processing", the 9th IFIP Conference, Warsaw (Sept. 1979)

152. Homescu,R., în :Optimization Techniques. Lectures Notes in Control and Information Sciences, Part 2 (Eds.Balakrishnan, A.V., and Thoma,M.), Springer-Verlag (1980)

155. Dodescu,G., "Metode numerice în algebră", Ed.Tehnică(1979)

182. Peyrovian,M.J., Sawchuk,A.A., Appl.Opt.,17,4,660 (1977)

183. Hou,H.S., Andrews,H.C., IEEE Trans.Comput.,C-26,9,856 (1977)

184. Homescu,R."O metodă de restaurare a imaginilor cu ajutorul calculatorului electronic", Conferința Națională de Cibernetică, Academia R.S.R. (oct. 1981)

188. Albert,A.,"Regression and the Moore-Penrose Pseudoinverse", Academic Press (1972)

191. Luecke,G.R., Numer.Math.,32,129 (1979)

192. Stancu,M.G., Homescu,R., "Pseudoinversa Moore-Penrose cu aplicații în prelucrarea optică a datelor", Conferința Națională de Cibernetică, Academia R.S.R. (oct. 1981)

193. Homescu,R., "Restaurarea imaginilor prin utilizarea funcții-lor spline și a criteriului normei minime", Al III-lea Colocviu de Informatică - INFO, Iași (oct. 1981)

194. Văduva,I., "Metode de simulare cu calculatorul", Ed. Tehnică (1972)